

دانشگاه صنعتی امیرکبیر	تمرینات افزوده شماره ۳	درس فیزیک ۲
دانشکده مهندسی پزشکی	۱ مساله	ارائه: دکتر مهرداد ساویز

۱ - یک سطح تخت مسطح و بسیار وسیع را منطبق بر صفحه yz در نظر می گیریم. اگر این سطح حامل بار یکنواخت $\sigma = \sigma_0$ باشد.

الف. میدان ناشی از این سطح در فاصله دلخواه از صفحه چقدر است و چه جهتی دارد؟ (با قانون تراوش به دست آوریم- تا این جا همان مسئله آشنای کلاسی است.)

اکنون اگر در حضور این سطح کل محیط $x > 0$ را پر از محلول آب نمک کنیم (که حاوی یون های مثبت و منفی است)، یون های با بار مخالف بار سطح به سمت آن جذب می شوند و روی آن می نشینند. با این حال به علت جنبش حرارتی این یون ها، آن ها در یک سطح قرار نمی گیرند و عملاً فرض می کنیم در فضای $x > 0$ چگالی بار حجمی $\rho = \rho_0 e^{-\alpha x}$ برقرار شود که در آن α, ρ_0 اعداد ثابت هستند. در این حالت میدان الکتریکی در کل ناحیه $x < 0$ و نیز در $x \rightarrow +\infty$ به صفر می رسد:

ب. آیا می توان گفت که کل بار خالص حجمی باید با کل بار سطحی برابر باشد؟ آیا می توان رابطه ای بین σ_0 و ρ_0 یافت؟

ج. اندازه میدان الکتریکی کل با فاصله گرفتن از سطح کاهش می یابد. با استفاده از قانون گاوس میدان الکتریکی در هر نقطه فضا چه اندازه و چه جهتی دارد؟

د. تابع پتانسیل الکتریکی در هر نقطه فضا بر حسب x چگونه است؟

* این مسئله در حوزه زیستی نقش مهمی دارد. درون سلول، خیلی از سطوح غشاهای درون سلول (که تقریباً به صورت صفحه قابل تصور هستند) و یا فیبرهای درون سلولی (مثل ریزلوله ها *Microtubules* یا ریزرشته ها *Actin Filaments* که هر یک همانند استوانه ای بسیار طویل قابل تصور هستند) یا درشت مولکول های پروتئینی (که تقریباً شبیه کره قابل تصور هستند) باردار هستند. وقتی این اجزا در کنار هم در سلول قرار می گیرند، می توانند همه به همدیگر نیرو وارد کنند و کار سلول را مختل نمایند. اما از آن جا که همه فضا با آب نمک (الکترولیت حاوی Na^+, Cl^- به صورت یون های آزاد) پر شده است، یون ها با علامت مخالف به سمت این سطوح باردار جذب می شوند و با

پوشاندن آن‌ها، باعث می‌شوند که «محدوده اثر» این سطوح باردار بسیار محدود شود و اجزای درون سلولی بر همدیگر نیروهای ناخواسته وارد نکنند. در سلول محدوده اثر میدان این اجزا عملاً در حدود ۱ نانومتر است و در فواصل بیش از این، اندازه میدان به کم‌تر از یک سوم مقدار آن درست در مجاورت سطح می‌رسد. این اجزا در سلولی به ابعاد چند میکرومتر کنار هم کار می‌کنند.

هم‌اکنون با توجه به تابعیت میدان الکتریکی از فاصله از سطح (x) در چه فاصله‌ای از سطح میدان به حدود یک سوم مقدار آن درست در مجاورت سطح ($x \rightarrow 0$) می‌رسد؟ پس از به دست آوردن این رابطه، تخمینی برای آن را با فرض $\sigma_0 \cong 1 \text{ Cm}^{-2}$ و $\alpha \approx 10^9 \text{ m}^{-1}$ به دست آوریم.

این محاسبات برای مدل استوانه‌ای و کروی هم قابل انجام است ولی اجرای آن قدری مفصل‌تر است. با این حال از نظر کیفی نتایج به دست آمده در بالا برقرار خواهند بود. به این ترتیب اگر یک درشت مولکول با بار ذاتی مثبت (قرمز رنگ در شکل زیر) با یک کره تقریباً بزرگیم انتظار داریم نمای توزیع بارهای مخالف و رفتار پتانسیل حول آن مشابه شکل زیر باشد.

