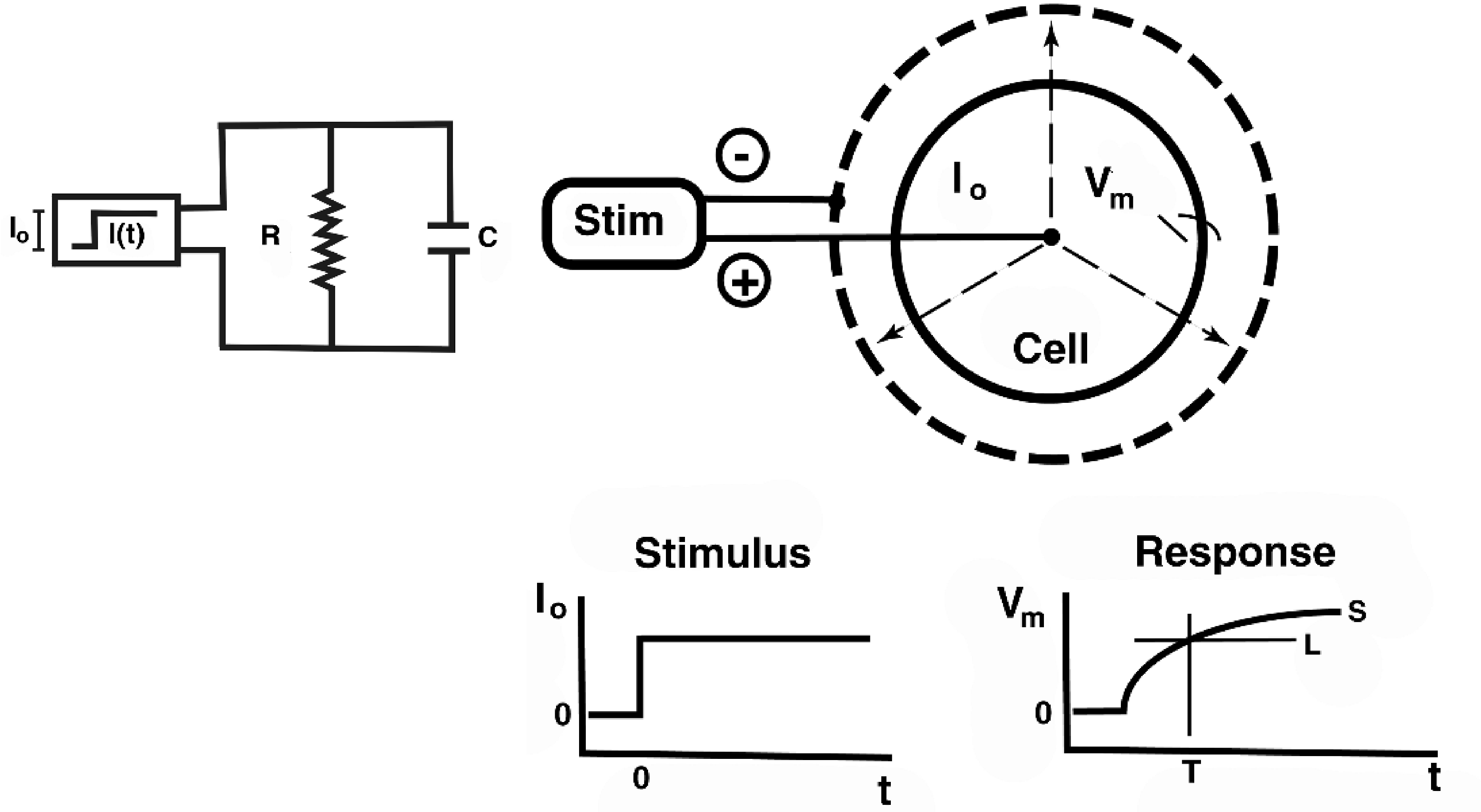
تحریک فیبرهای عصبی

دکتر مهرداد ساویز

پدیده‌های بیوالکتریک



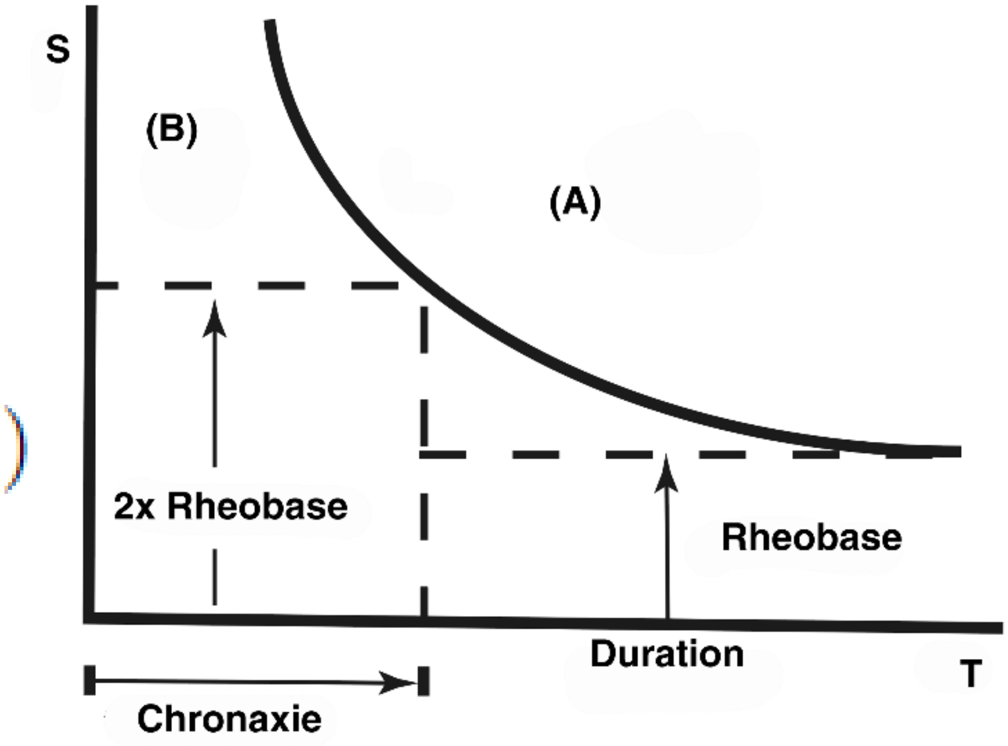
Io
I(t)
R
C
Stim
-
+
Io
Vm
Cell
Stimulus
Io
0
0
t
Response
Vm
S
L
0
T
t

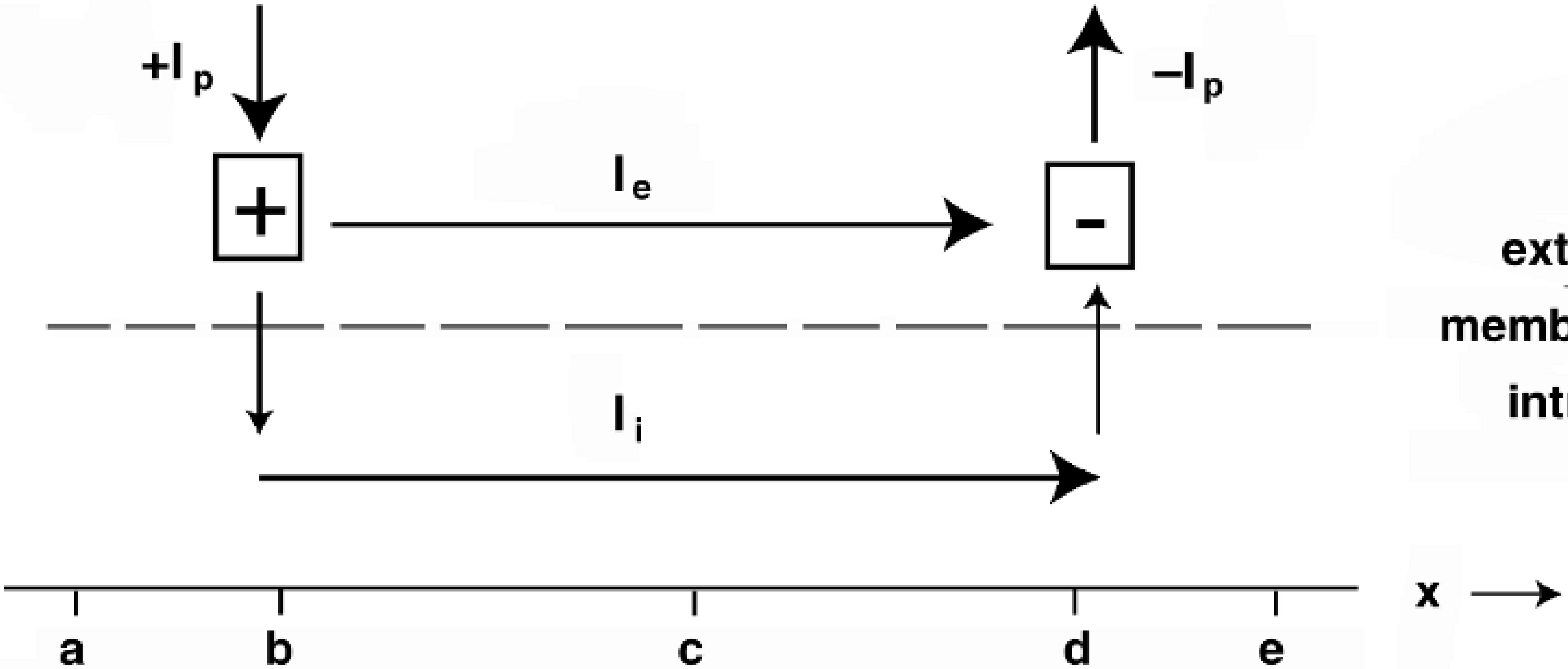
$$R = \frac{R_m}{A}$$

$$C = C_m A$$

$$v_m = I_0 R(1 - e^{-t/\tau})$$

$$V_T = S(1 - e^{-T/\tau})$$





$$\frac{\partial I_i}{\partial x} = -i_m$$

$$\frac{\partial I_e}{\partial x} = i_m + i_p$$

$$i_m = \frac{1}{(r_i + r_e)} \left(\frac{\partial^2 V_m}{\partial x^2} - r_e i_p \right)$$

$$i_m = \frac{v_m}{r_m} + c_m \frac{dv_m}{dt}$$

$$\lambda^2 \frac{\partial^2 v_m}{\partial x^2} - \tau \frac{\partial v_m}{\partial t} - v_m = r_e \lambda^2 i_p$$

$$\begin{aligned} \lambda &= \sqrt{\frac{r_m}{r_i + r_e}} \\ \tau &= r_m c_m \end{aligned}$$

$$\lambda^2 \frac{d^2 v_m}{dx^2} - v_m = r_e \lambda^2 i_p$$

$$\lambda^2 \frac{d^2 v_m}{dx^2} - v_m = 0 \qquad\qquad v_m = Ae^{-x/\lambda} + Be^{x/\lambda}$$

$$i_p = I_0 \delta(x)$$

$$\begin{aligned} \delta(x) &= 0 \quad \text{for } x \neq 0 \\ \delta(0) &= \infty \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)dx &= 1 \end{aligned}$$

$$\lambda^2 \frac{d^2 v_m}{dx^2} - v_m = r_e \lambda^2 I_0 \delta(x)$$

$$\begin{aligned} v_m(x) &= Ce^{x/\lambda} \quad x \leq 0 \\ v_m(x) &= Ce^{-x/\lambda} \quad x \geq 0 \end{aligned}$$

$$v_m(x) = Ce^{-|x|/\lambda}$$

$$\left(-\frac{C}{\lambda} e^{-x/\lambda} \Big|_{x=0+} - \frac{C}{\lambda} e^{x/\lambda} \Big|_{x=0-} \right) = r_e I_0$$

$$C = -\frac{r_e \lambda I_0}{2}$$

$$v_m = -\frac{r_e \lambda I_0}{2} e^{-|x|/\lambda}$$

- حل برای حالت گذرا؟

$$X = \frac{x}{\lambda} \quad \text{and} \quad T = \frac{t}{\tau}$$

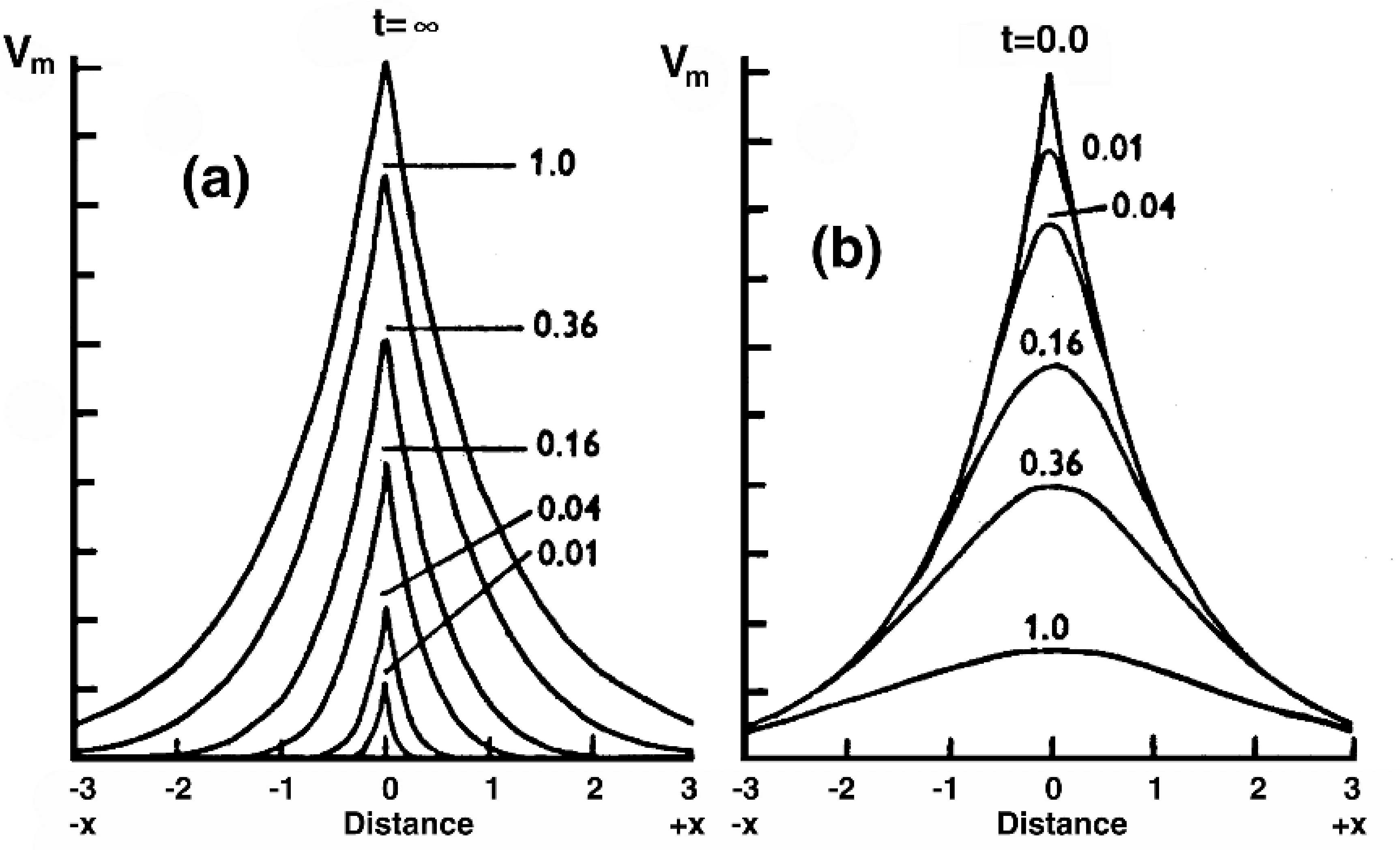
$$\frac{\partial^2 v_m}{\partial X^2} - \frac{\partial v_m}{\partial T} - v_m = 0$$

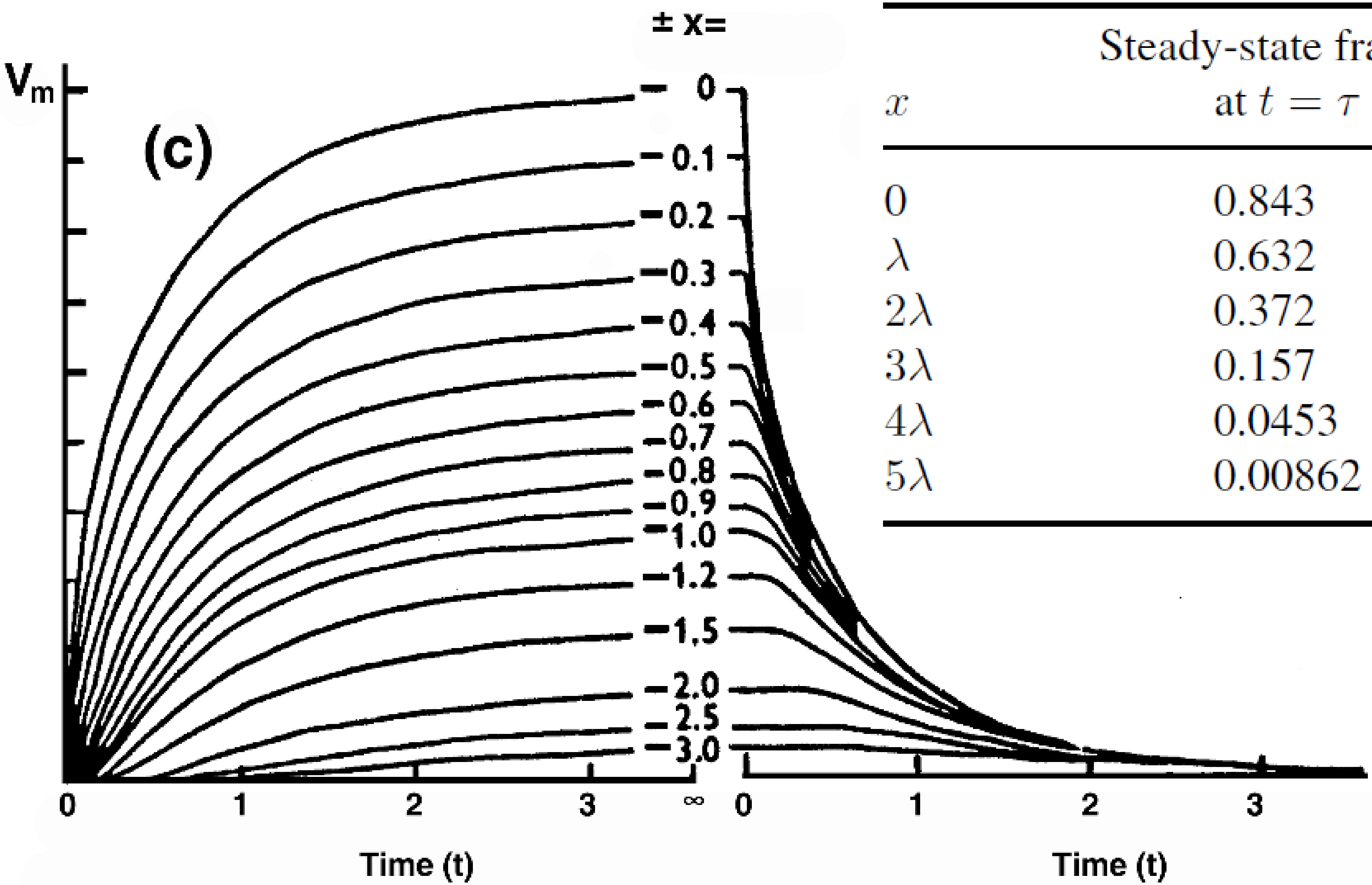
$$\boxed{\begin{aligned} v_m(x,t) = \frac{r_i \lambda I_0}{4} \Bigg\{ & e^{-|x|/\lambda} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{|x|}{2\lambda}\frac{\sqrt{\tau}}{t} - \frac{\sqrt{t}}{\tau} \right) \right] \\ & - e^{|x|/\lambda} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{|x|}{2\lambda}\frac{\sqrt{\tau}}{t} + \frac{\sqrt{t}}{\tau} \right) \right] \Bigg\} \end{aligned}}$$

$$\frac{\partial^2 \overline{v}_m}{\partial X^2} - (s+1)\overline{v}_m = 0$$

$$\overline{v}_m = A e^{-X\sqrt{s+1}}, \quad X \geq 0$$

$$\operatorname{erf}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-z^2} dz$$


t=∞
Vm
(a)
1.0
0.36
0.16
0.04
0.01
-3 -2 -1 0 1 2 3
-x Distance +x
t=0.0
Vm
(b)
0.01
0.04
0.16
0.36
1.0
-3 -2 -1 0 1 2 3
-x Distance +x

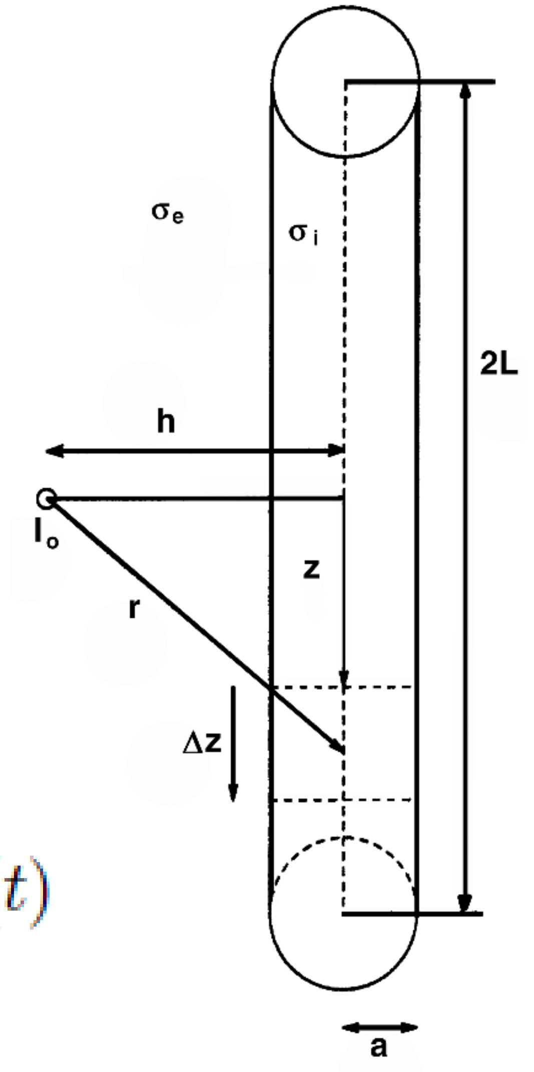


x	Steady-state fraction at $t = \tau$
0	0.843
λ	0.632
2λ	0.372
3λ	0.157
4λ	0.0453
5λ	0.00862

تحریک از دور (تحریک میدانی)

$$\phi_a = I_0/(4\pi\sigma_e r)$$

$$r_i i_m = \partial^2\phi_i/\partial z^2$$



$$r_i c_m \frac{\partial v_m}{\partial t} + r_i \frac{v_m}{r_m} - \frac{\partial^2 v_m}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \phi_e}{\partial z^2} u(t)$$

پاسخ ضربه

$$X = \frac{z}{\lambda} \quad \text{and} \quad T = \frac{t}{\tau}$$

$$\frac{\partial^2 v_m}{\partial X^2} - \frac{\partial v_m}{\partial T} - v_m = -\lambda^2 \frac{\partial^2 \phi_e}{\partial X^2} u(t)$$

$$\boxed{v_m = \frac{\lambda}{r_i} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) G(X - \xi, T) d\xi}$$

$$\frac{\partial^2 v_m}{\partial X^2} - \frac{\partial v_m}{\partial T} - v_m = -r_i \lambda^2 \delta(z) u(t)$$

$f(\xi) = \partial^2 \phi_e / \partial z^2 |_{z=\xi}$.
$dz = \lambda d\xi$

$$G(X,T) = \frac{r_i\lambda}{4}\Bigg\{e^{-X}\left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{X}{2\sqrt{T}} - \sqrt{T}\right)\right]$$
$$-e^{X}\left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{X}{2\sqrt{T}} + \sqrt{T}\right)\right]\Bigg\}$$

$$v_m = \frac{\lambda}{r_i}\int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)G(X-\xi,T)d\xi$$

$$v_m(X,T) = \frac{\lambda}{r_i}F^{-1}[F[f(X)]F[G(X,T)]]$$

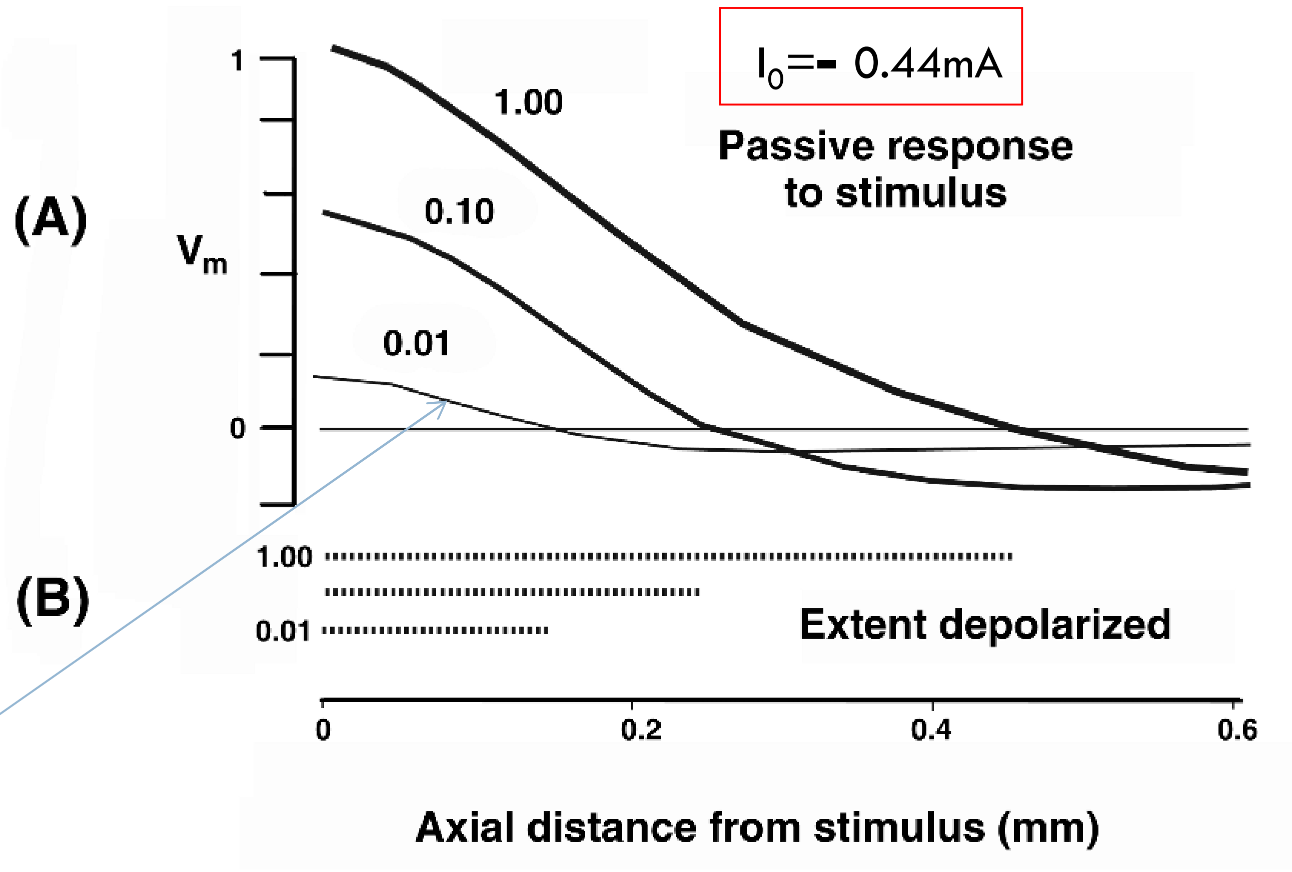
$$\phi_e(z) = \frac{I_0}{4\pi\sigma_e\sqrt{h^2 + z}}$$

$$f(z) = \frac{\partial^2 \Phi_e}{\partial z^2} = \frac{I_0}{4\pi\sigma_e} \frac{2z^2 - h^2}{(h^2 + z^2)^{5/2}}$$

$$f(X) = \frac{I_0}{4\pi\sigma_e\lambda^3} \frac{2X^2 - H^2}{(H^2 + X^2)^{5/2}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} v_m(X,T) \quad = \quad & \frac{\lambda}{r_i} F^{-1} \left\{ \frac{I_0}{16\pi\sigma_e\lambda} \times F\left[\frac{2X^2 - H^2}{(H^2 + X^2)^{5/2}} \right] \times \right. \\ & F\left[e^{-X} \left(1 - \mathrm{erf}\left(\frac{X}{2\sqrt{T}} - \sqrt{T} \right) \right) \right. \\ & \left. \left. - \, e^{X} \left(1 - \mathrm{erf}\left(\frac{X}{2\sqrt{T}} + \sqrt{T} \right) \right) \right] \right\} \end{aligned}}$$

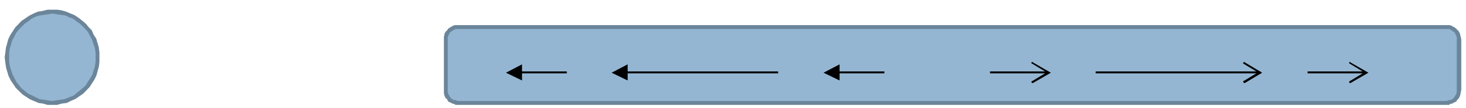
روند زمانی و مکانی تغییر ولتاژ غشا



$$A(x) = \partial^2 \phi_e / \partial z^2$$

تفاوت با مدل گیرندگی اول درس

- اگر غشا نارسانا باشد (ایده آل سازی):
- نوع مدل‌سازی ریاضی کتاب که جریان را فقط طولی فرض می کند (مدل core conductor) با این فرض قابل درک خواهد بود که جریان اصلی تعیین کننده، جریانی است که فقط می تواند در راستای z مولفه داشته باشد.: بار سطحی یا جریان درون سلولی داخل آکسون.
- تحریک توسط مولفه عمود در مقایسه با تحریک توسط مولفه موازی محور آکسون
- سلول کوچک – سلول بزرگ – درک شهودی در هر دو حال با در نظر گرفتن اثر میدان تابشی بر بارها در لحظات اول حاصل می‌شود. تفاوت‌های این دو الگو جالب است:
- هنر تابع فعال‌سازی پیش بینی الگوی شکل گیری v_mدر لحظات اولیه است: تجسم مشتق اول و دوم پتانسیل خارج سلولی. مشتق دوم پتانسیل به معنای آهنگ انباشت بار در راستای محور z است.
- اثر بار سطحی کم کردن میزان تحریک است.
- نکته: بار خالص در حجم نمی ماند و به روی غشا می رود و در بار خازن غشا (و ولتاژ غشا) مشارکت می‌کند.



MONOPOLAR STIM

EXTRACELLULAR **V** ALONG THE FIBER

ANODIC STIMULATION

CATHODIC STIMULATION

$$f = \frac{\partial^2 V_e}{\partial x^2} = \frac{\rho_e I_{el}}{4\pi}(x^2 + z^2)^{-2.5}(2x^2 - z^2).$$

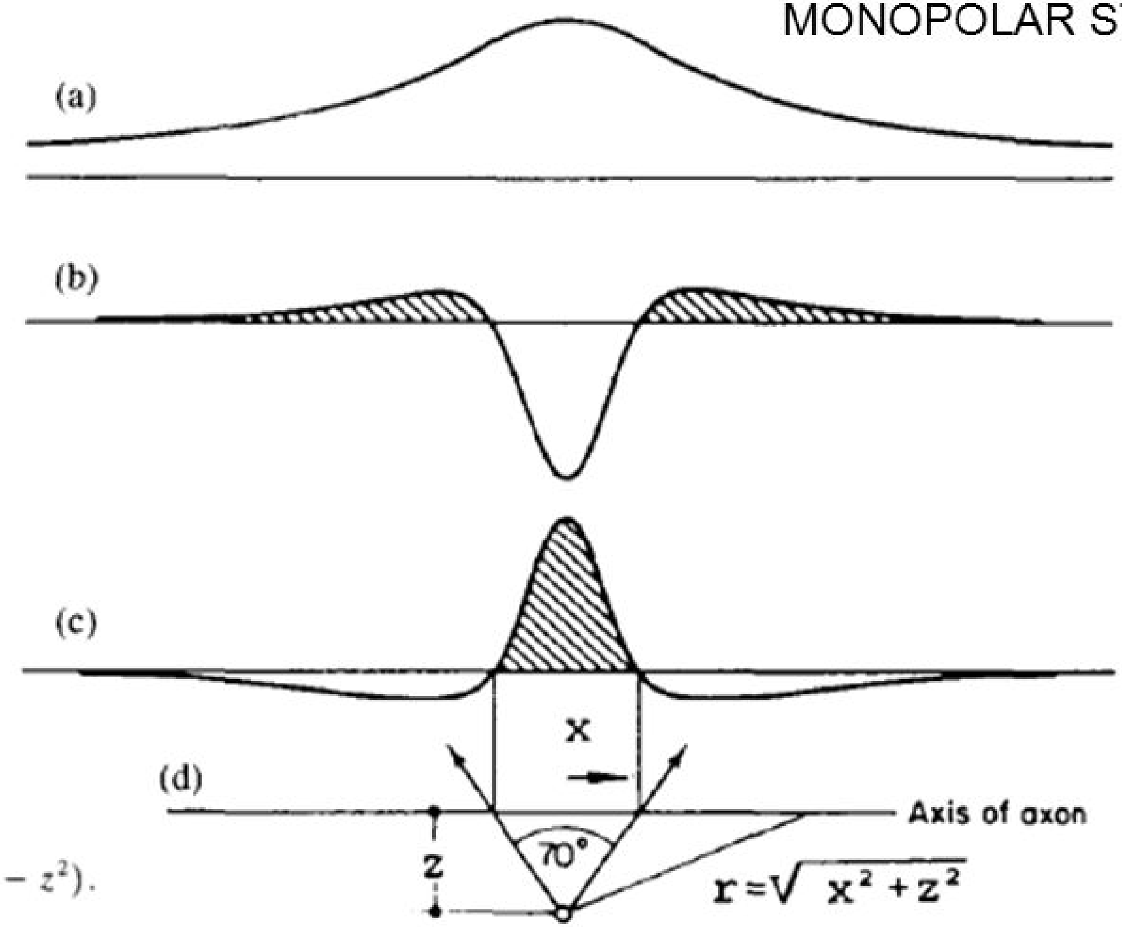
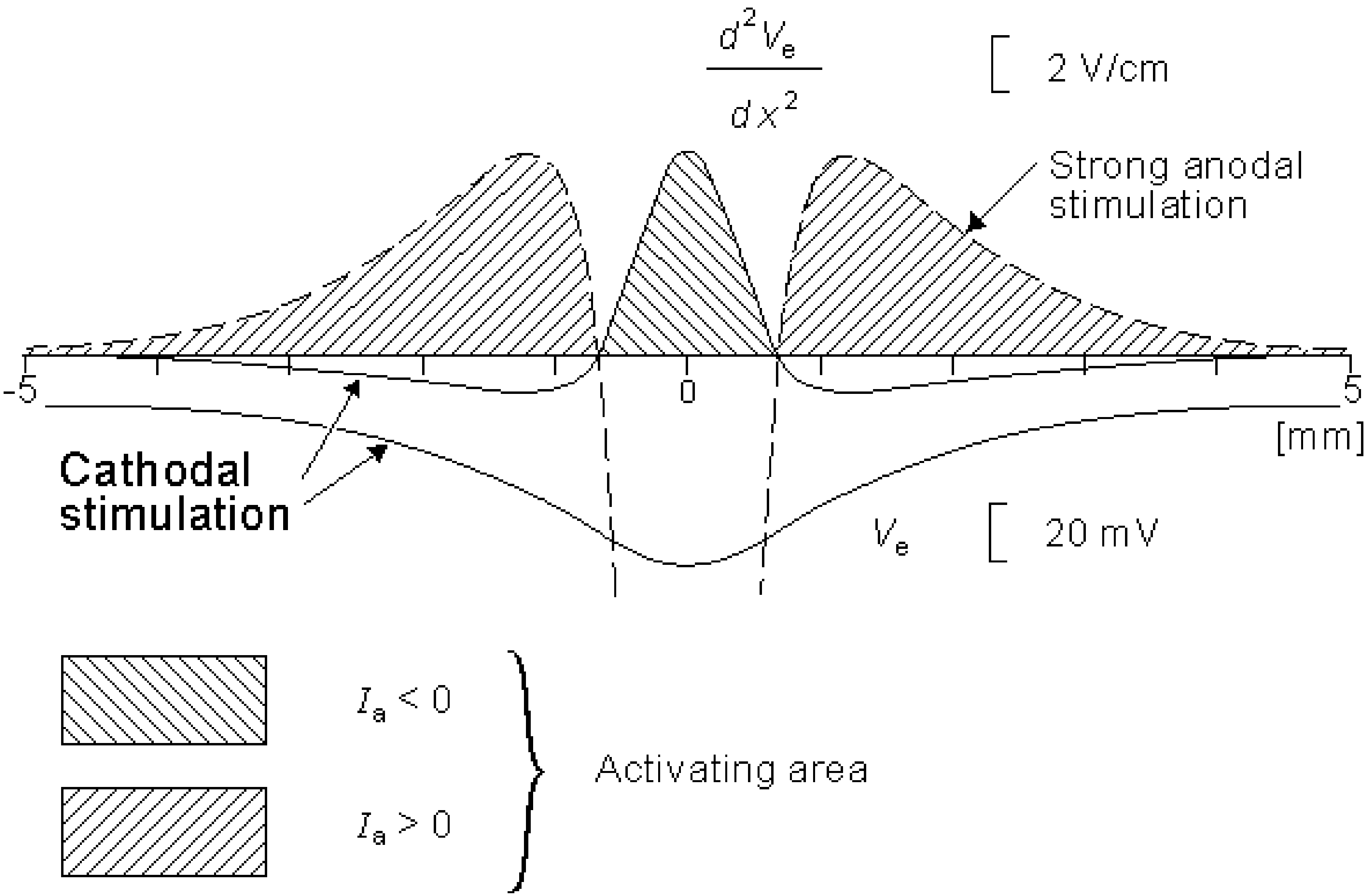
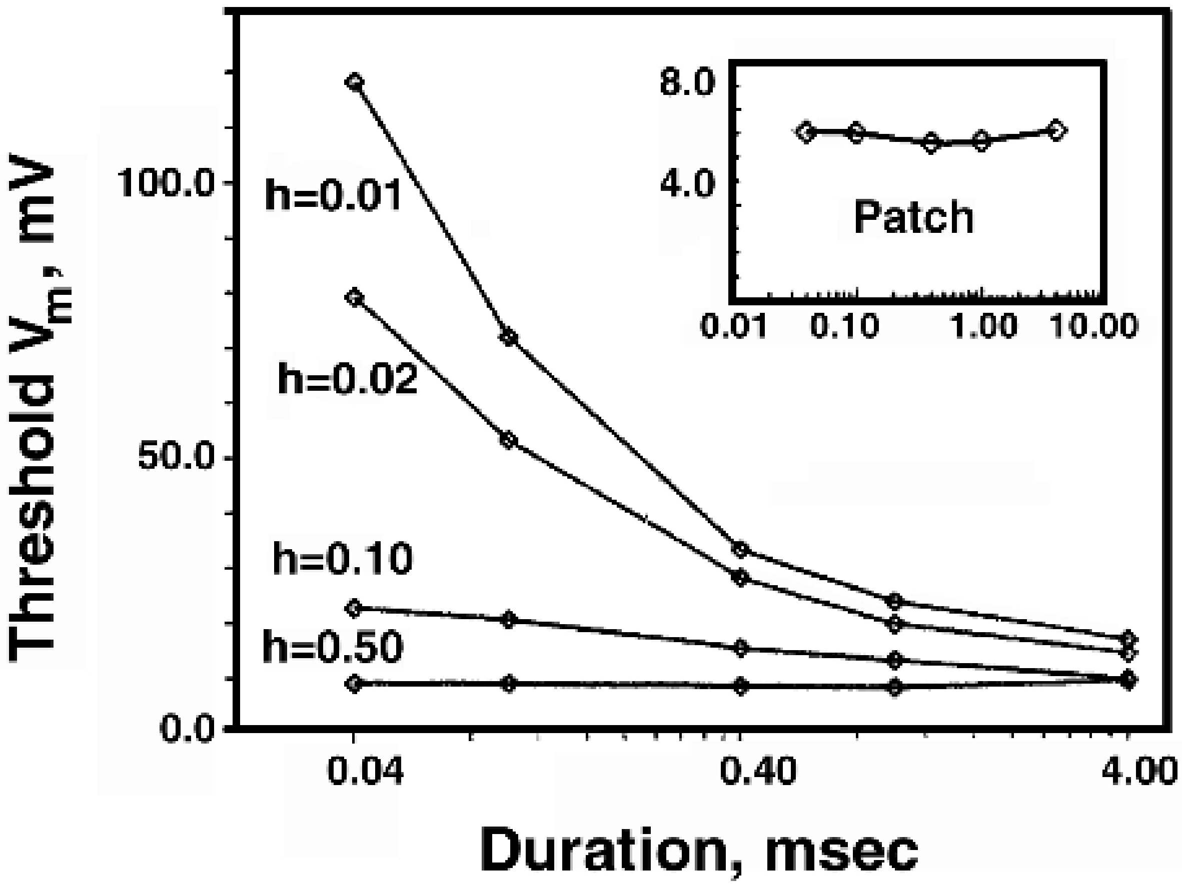


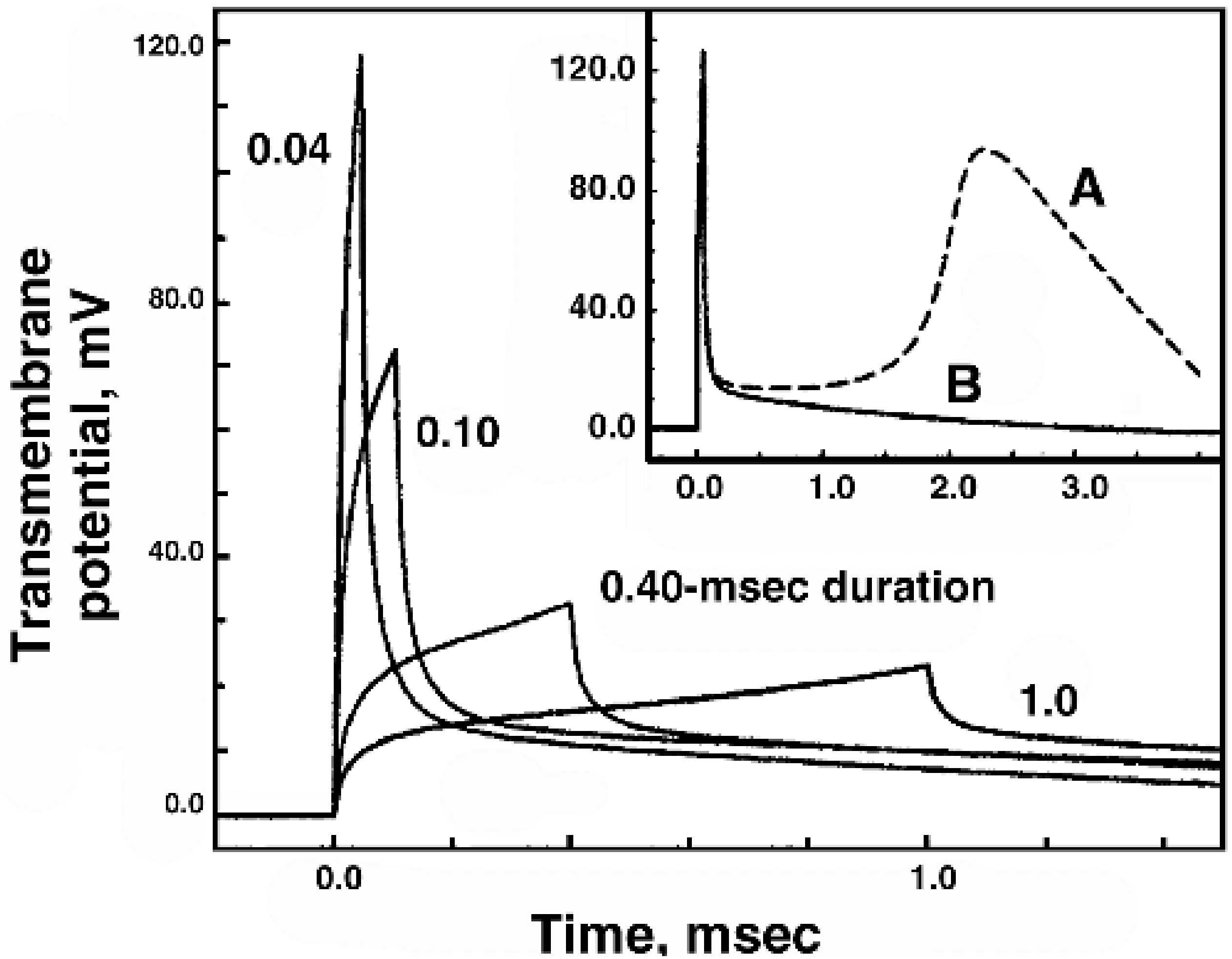
Fig. 2. Stimulation with a monopolar electrode. (a) Change of the extracellular potential along the fiber caused by anodal stimulation. Activating function for anodic (b) and cathodic (c) stimulation. (d) Shows the position of the electrode to get the upper traces. The border between depolarizing and hyperpolarizing regions is given by an angle of 70.5° and this angle does not depend on fiber parameters or the conductance of the extracellular medium [1]. Removing a negative electrode from the axon means to obtain a broader stimulating part; in the case of a myelinated axon more nodes are stimulated.



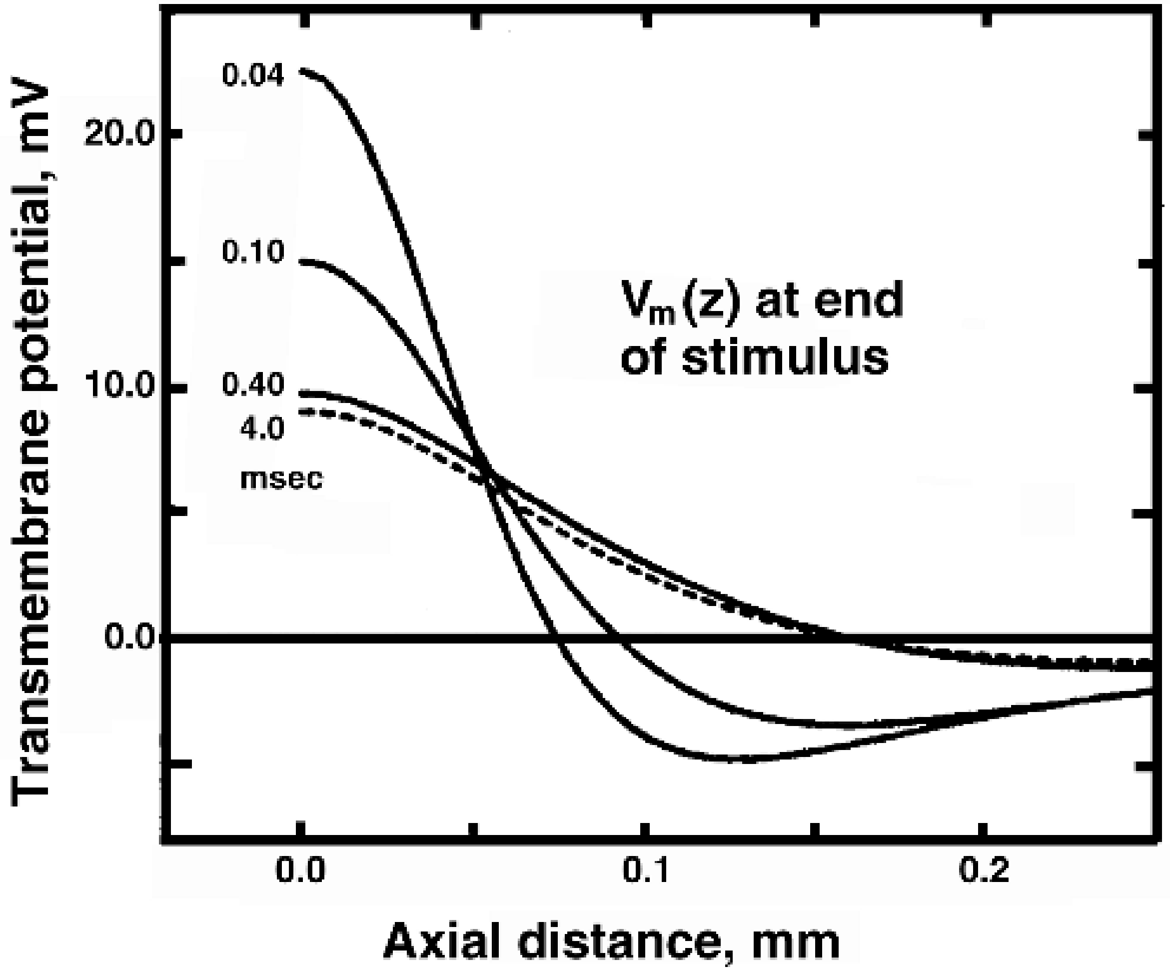
$\frac{d^2V_e}{dx^2}$
2 V/cm
Strong anodal stimulation
-5
0
5
[mm]
Cathodal stimulation
V_e
20 mV
$I_a < 0$
$I_a > 0$
Activating area



Threshold V_m, mV
100.0
50.0
0.0
h=0.01
h=0.02
h=0.10
h=0.50
8.0
4.0
Patch
0.01
0.10
1.00
10.00
0.04
0.40
4.00
Duration, msec



120.0
80.0
40.0
0.0
0.04
0.10
0.40-msec duration
1.0
Transmembrane potential, mV
0.0
1.0
Time, msec
120.0
80.0
40.0
0.0
A
B
0.0
1.0
2.0
3.0


0.04
0.10
0.40
4.0
msec
20.0
10.0
0.0
0.0
0.1
0.2
$V_m(z)$ at end of stimulus
Transmembrane potential, mV
Axial distance, mm